

# Optimisation globale avec LocalSolver

Simon Boulmier

LABORATOIRE JEAN-KUNTZMANN,  
Université Grenoble-Alpes, 38000 Grenoble  
LOCALSOLVER,  
36 avenue Hoche, 75011 Paris,  
sboulmier@localsolver.com

**Mots-clés :** *Optimisation globale, optimisation convexe, programmation par contraintes, optimisation non-linéaire, LocalSolver*

## 1 Introduction

LocalSolver [1] est un solveur de programmation mathématique tout-terrain, basé sur un ensemble d'heuristiques de recherche locale. Cette approche est très efficace pour fournir des solutions faisables, mais ne donne pas de garanties sur ces solutions. Afin de résoudre ce problème, on s'intéresse à l'optimisation globale dans le contexte de LocalSolver. L'objectif est de fournir des bornes inférieures sur un très grand nombre de problèmes, et de les faire remonter pour obtenir des garanties d'optimalité.

## 2 Optimisation globale

On s'intéresse à la résolution d'un programme non-linéaire mixte (éventuellement non-convexe), de la forme

$$(MINLP) \quad \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$
$$\text{s.c.} \quad \begin{cases} l \leq x \leq u, \\ g(x) = 0, \\ h(x) \leq 0, \\ x_I \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Un tel problème relève de l'optimisation globale, et de nombreuses méthodes ont été développées afin de résoudre (MINLP) à l'optimum [3]. Ces méthodes reposent sur l'exploitation de relaxations convexes, intégrées à un algorithme de *branch-and-bound*, mais aussi sur des techniques de propagation et d'inférence de bornes. Traditionnellement, les relaxations fournissent les bornes inférieures, et des heuristiques primales - appliquées au début et pendant le parcours de l'arbre de branchement - permettent de trouver des solutions faisables.

La spécificité de LocalSolver est de fournir les bornes supérieures et solutions associées indépendamment des bornes inférieures, grâce aux méthodes avancées de recherche locale qui y sont implémentées. L'objectif de cette présentation est de montrer comment cette spécificité peut être exploitée pour mettre au point des méthodes de calcul de borne plus efficaces.

## 3 Contenu de la présentation

L'algorithme implémenté pour fournir des bornes est celui dit de *branch-and-reduce*, introduit dans [2], et implémenté dans les solveurs d'optimisation globale les plus connus

(BARON, SCIP, Antigone, Couenne, LINDO). Nous présenterons les étapes principales de résolution : reformulation du problème, techniques de resserrage de bornes, génération et résolution de relaxations convexes et intégration dans un *branch-and-bound*.

En particulier, les relaxations convexes utilisées pour fournir une borne à chaque nœud sont linéaires par défaut dans la plupart des solveurs d'optimisation globale. Ceci est principalement dû à la performance des solveurs linéaires. Dans l'objectif de concurrencer cette approche avec l'utilisation de relaxations non-linéaires, nous présenterons quelques spécificités à prendre en compte et améliorations possibles que nous apportent ces relaxations : développement d'un solveur non-linéaire dédié, gestion spécifique de l'infaisabilité, amélioration des techniques de resserrage de bornes.

Des résultats numériques seront présentés, sur les benchmarks principaux de la littérature (MINLPLib, GlobalLib, CUTer), ainsi que sur un ensemble d'instances industrielles issues des clients de LocalSolver.

	infeasible	feasible	optimal
LocalSolver	256	1206	84
LocalSolver + Global	206	516	824

TABLE 1 – *Status final de LocalSolver, global avec relaxations linéaires, 1546 instances de benchmarks académiques,  $t_{\max} = 5s$*

	solved	nodes < 5	nodes > 100
Relaxations linéaires	824	284 (34.5%)	172 (20.9%)
Relaxations non-linéaires	685	437 (63.8%)	76 (11.1%)

TABLE 2 – *Taille de l'arbre de branchement sur les instances résolues, 1546 instances de benchmarks académiques,  $t_{\max} = 5s$*

## Références

- [1] Frédéric Gardi, Thierry Benoist, Julien Darlay, Bertrand Estellon, and Romain Megel. *Mathematical Programming Solver Based on Local Search*. John Wiley & Sons, 2014.
- [2] Hong S Ryou and Nikolaos V Sahinidis. A branch-and-reduce approach to global optimization. *Journal of Global Optimization*, 8(2) :107–138, 1996.
- [3] Francisco Trespalacios and Ignacio E Grossmann. Review of mixed-integer nonlinear and generalized disjunctive programming methods. *Chemie Ingenieur Technik*, 86(7) :991–1012, 2014.